

### Problemes (III i IV)

1) Tenim n observacions independents  $x_i$  d'una distribució de probabilitat discreta

$$f(x|\lambda) = (1 - e^{-\lambda})e^{-\lambda x} \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

amb  $\lambda > 0$  un paràmetre que volem estimar.

- Donar l'estimador  $\hat{\lambda}$  en funció de les observacions  $x_i$ , segons el likelihood.
- Donar el MVB

2) Suposem parelles de dades generades segons una gaussiana en dues dimensions:

$$f(x_1, x_2 | \mu_1, \mu_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} e^{\frac{-1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{(x_1-\mu_1)^2}{\sigma_1^2} + \frac{(x_2-\mu_2)^2}{\sigma_2^2} - 2\rho\frac{(x_1-\mu_1)(x_2-\mu_2)}{\sigma_1\sigma_2}\right)}$$

on coneixem  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  i  $\rho$ .

- Donar els estimadors  $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2$  en funció de les observacions  $(x_1, x_2)_i$ , segons el likelihood.
- Donar la matriu de variància pels estimadors  $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2$ .

3) Sigui la distribució angular  $f_0(\theta, \varphi)d\Omega = \frac{3}{4\pi} \frac{1 + \cos^2 \theta}{4} d\Omega$

- Generar 10000 esdeveniments segons aquesta distribució i calcular el C.L. de les dades generades amb la mateixa  $f_0(\theta, \varphi)$
- Repetir el pas anterior 1000 vegades i mostrar la distribució del C.L.

Si ajustéssim dades generades segons  $f_0(\theta, \varphi)$  a la següent distribució que depèn

del paràmetre A:  $f(\theta, \varphi | A)d\Omega = \frac{3}{4\pi} \frac{1 + \cos^2 \theta + A \cos^3 \theta}{4} d\Omega$

- Trobar el MVB per a una estimació del paràmetre A
- Aplicant el mètode de màxim likelihood, donar una expressió analítica per determinar A (considereu  $\hat{A}$  petit)
- Generar 10000 esdeveniments segons la distribució  $f_0(\theta, \varphi)$  i ajustar aquestes dades a  $f(\theta, \varphi | A)$  per determinar el valor d'A i el seu error  $\Delta A$  (utilitzant el mètode numèric de màxim likelihood)
- Repetir el pas anterior 500 vegades i mostrar les distribucions per  $\hat{A}$  i  $\Delta \hat{A}$ . Discutir els resultats.
- En cada un dels 500 passos anteriors calcular el C.L. de les dades amb  $f(\theta, \varphi | \hat{A})$ . Mostrar la distribució del C.L.

4) Sigui x una observació d'una variable aleatòria gaussiana  $N(\mu, 10^2)$ . Volem acceptar o rebutjar la hipòtesi  $\mu = 0$  contra la hipòtesi alternativa  $\mu = 20$  a un nivell de significància del 16%. Donar

- la regió de rebuig
- la potència del test.